CG2 Übungsblatt 2

Abgabe: Donnerstag, 31. Mai 2012

AUFGABE 1: Approximation von Höhenfeldern

Das in der ersten Übung erstellte Framework soll verwendet werden, um aus Punktdaten Funktionen zu approximieren und diese dann darzustellen. Die Punkte werden als (x_i,y_i,z_i) Tripel vorgegeben und die approximierende Funktion $z(x,y)$ soll auf einem regulären Gitter ausgewertet und mit Quads oder Dreiecken dargestellt werden. (Für alle Teilaufgaben gibt es jeweils einen Punkt.)

a) Über dem achsenparallelen (x,y) Rechteck, das die Punkte einschließt, soll ein reguläres Gitter mit $m\times n$ Punkten erstellt und angezeigt werden.
b) In den Gitterpunkten ist ein z-Wert zu schätzen. Dazu wird in dem Parameterwert des Gitterpunkts eine lokale Polynomapproximation mittels Minimierung der gewichteten Fehlerquadrate bestimmt und dann dieses Polynom an der Parameterstelle ausgewertet (jeweils ein quadratisches, bivariates Polynom). Zur Gewichtung ist die Wendland-Funktion mit geeignetem Radius zu verwenden.
c) Die z-Werte in den Gitterpunkten werden durch ein Netz von Dreiecken über den Gitterpunkten dargestellt, wobei man nur Flächennormalen verwendet.
d) Die $m\times n$ Stützpunkte werden als Kontrollpunkte einer Bézier-Tensorproduktfläche betrachtet. Zusätzliche Punkte auf einem feineren regulären Gitter $km\times kn$ werden mit Hilfe von de Casteljau für Tensorproduktflächen hinzugefügt. Auf allen Stützpunkten (also den Kontrollpunkten und den hinzugefügten Punkten) werden Normalen mit Hilfe von de Casteljau bestimmt. Die Fläche wird durch Quads mit den entsprechenden Eckpunktnormalen angezeigt.
e) Alternativ werden zusätzliche Stützpunkte durch wiederholtes Bestimmen und Auswerten von lokalen Polynomapproximationen (wie in b) eingefügt. Diese Fläche soll wie in (d) dargestellt werden. Zur Berechnung von Normalen in den Stützstellen siehe die letzte Theoriefrage.

AUFGABE 2: Theoriefragen

1. Zeigen Sie, dass das letzte Segment im Algorithmus von de Casteljau eine Tangente im ausgewerteten Punkt der Kurve ist. (1 Punkt)
2. Ist das Tensorprodukt zweier linearer Polynome eine ebene Fläche? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 Punkt)
3. Leiten Sie eine Formel für den Flächeninhalt einer parametrischen Fläche $\mathbf{q}(u,v)$ im Parametergebiet $[a,b] \times [c,d]$ her. Gehen Sie dabei analog zur Argumentation für die Formel des Bogenmaßes bei parametrischen Kurven vor. (1 Punkt)
4. Die partiellen Ableitungen einer parametrischen Fläche $\mathbf{q}(u,v)$ nach u und v beschreiben Tangentenvektoren. Zeigen Sie an einem geeigneten Beispiel, dass es reguläre $\mathbf{q}(u,v)$ gibt, die für keine Umparametrisierung überall orthonormale Tangenvektoren haben. (1 Punkt)
   Geben Sie auch ein Beispiel an, bei dem eine solche Parametrisierung möglich ist. (1 Punkt)
5. [Zu Aufgabe 1] Als einfache Approximation der Tangenten für Flächen aus lokal gewichteten Polynomapproximationen kann man die Tangenten der lokalen Polynomapproximation verwenden. Zeigen Sie, dass dies aber nicht notwendigerweise die Tangenten der Fläche sind (1 Punkt) und leiten Sie ein exakte Formel für die Tangenten her (schwierig, 2 Bonuspunkte).

Technische Universität Berlin
Computer Graphics

Prof. Dr. Bernd Bickel
Ronald Richter